



JMMC-MEM-2600-0010

Revision : 2.0

Date : 19/01/2005

---

**JMMC**

*SEARCHCAL*

**CALCUL DE LA VISIBILITE ET DE SON  
ERREUR**

Daniel BONNEAU ([daniel.bonneau@obs-azur.fr](mailto:daniel.bonneau@obs-azur.fr))

*OCA-Grasse, Tél: 04 93 40 53 83*

---



*TABLE OF CONTENTS*

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Visibilité du calibrateur et erreur associée</b>	<b>4</b>
2.1	Calcul de la visibilité	4
2.2	Calcul de l'erreur sur la visibilité	4
2.3	Estimation du biais dans l'hypothèse $\phi_{UD} = \phi_{LD}$	4
<b>3</b>	<b>Visibilité calibrée et erreur associée</b>	<b>5</b>
3.1	Tri automatique des étoiles de références	5

## 1 Introduction

L'objectif étant de permettre la sélection des meilleurs calibrateurs, le critère principal de ce choix est la valeur de la visibilité attendue.

Le résultat de la mesure interférométrique de l'objet de science sera d'autant moins sensible à la variabilité éventuelle du diamètre ou de la photométrie du calibrateur que celui-ci sera vu sous un diamètre angulaire suffisamment petit.

Dans le cas idéal, le calibrateur peut être assimilé à une source ponctuelle et la valeur de sa visibilité est 1.0.

Dans la pratique, la détermination de la valeur attendue de sa visibilité est nécessaire en fonction de la valeur connue de son diamètre angulaire et des paramètres liés à la configuration instrumentale.

## 2 Visibilité du calibrateur et erreur associée

### 2.1 Calcul de la visibilité

Données :

- la valeur du diamètre angulaire (cf. JMMC-MEM-2600-0009)  $\phi$  (mas),
- la longueur de la base maximale  $B$  (m),
- la longueur d'onde  $\lambda$  (nm).

avec  $x = 15.23B(m) \phi(mas) / \lambda(nm)$

on calcule la visibilité dans l'hypothèse d'un disque stellaire circulaire de brillance uniforme :

$$V = |2J_1(x)/x| \quad \text{ou} \quad V^2 = |2J_1(x)/x|^2$$

### 2.2 Calcul de l'erreur sur la visibilité

Données :

- la valeur de la visibilité  $V(x)$ ,
- l'erreur relative sur le diamètre angulaire  $\Delta\phi/\phi$

$$\Delta V = 2 J_2(x) \Delta\phi/\phi$$

$$\Delta V^2 = 2 V \Delta V = 2 V^2 \Delta V/V = 8 J_2(x) |J_1(x)/x| \Delta\phi/\phi$$

$$\Delta V/V = x J_2(x)/J_1(x) \Delta\phi/\phi$$

$$\Delta V^2 / V^2 = 2 \Delta V/V = 8 |x J_2(x)/J_1(x)| \Delta\phi/\phi$$

### 2.3 Estimation du biais dans l'hypothèse $\phi_{UD} = \phi_{LD}$

Dans l'hypothèse de l'assombrissement linéaire

$$\phi_{LD} / \phi_{UD} = [(1-u/3) / (1 - 7u/15)]^{1/2} \text{ avec } 0.0 \leq u \leq 1.0$$

soit  $1.0 \leq \phi_{LD} / \phi_{UD} \leq 1.12$

Faire l'approximation que  $\phi_{LD} = \phi_{UD}$  revient :

- à surestimer la valeur de  $\phi_{UD}$  correspondant puisque pour  $\phi_{LD}$  donné on doit avoir  $0.89 \phi_{LD} \leq \phi_{UD} \leq \phi_{LD}$  ou si  $\delta\phi = (\phi_{LD} - \phi_{UD})$ ,  $0.11 \phi_{LD} \geq \delta\phi \geq 0.0$

- à biaiser la valeur de la visibilité calculée d'une quantité  $\delta V$   
 $\delta V \leq 0.22 J_2(x)$  avec  $x = 15.23 f(B, \lambda) \phi_{LD}$  et  $\delta V^2 \leq 0.44 J_2(x) V(x)$

Estimation du biais sur la visibilité calculée :

Avec  $B = 100\text{m}$   $\lambda = 2,2 \mu\text{m}$

$\phi(\text{mas})$	$V^2$	$\delta V^2$	$\delta V^2 / V^2(\%)$
1.0	0.886	0.024	2.7
0.75	0.9345	0.014	1.5
0.50	0.9704	0.0064	0.66
0.25	0.9925	0.0016	0.16

**TBC !**

### 3 Visibilité calibrée et erreur associée

Données:

- visibilité de l'étoile de référence  $V_{ref}^2$  et son erreur associée  $\Delta V_{ref}^2$ ,
- mesure du contraste des franges sur l'étoile de science  $\mu_*^2$  et la référence  $\mu_{ref}^2$
- erreurs sur la mesure des contrastes  $\Delta \mu_*^2$  et  $\Delta \mu_{ref}^2$

La visibilité de l'étoile de science s'écrit :

$$V_*^2 = \mu_*^2 V_{ref}^2 / \mu_{ref}^2$$

Et son erreur relative:

$$\Delta V_*^2 / V_*^2 \approx \Delta \mu_*^2 / \mu_*^2 + \Delta \mu_{ref}^2 / \mu_{ref}^2 + \Delta V_{ref}^2 / V_{ref}^2$$

$$\Delta V_*^2 \approx \mu_*^2 / \mu_{ref}^2 \Delta V_{ref}^2 + V_{ref}^2 \mu_*^2 / \mu_{ref}^2 \Delta \mu_{ref}^2 / \mu_{ref}^2 + V_{ref}^2 \Delta \mu_*^2 / \mu_{ref}^2$$

En notant que  $\Gamma^2 = \mu_{ref}^2 / V_{ref}^2$ ,  $V_*^2 = \mu_*^2 / \Gamma^2$ ,  $V_{ref}^2 = \mu_{ref}^2 / \Gamma^2$ , où  $\Gamma$  désigne la réponse impulsionnelle de l'interféromètre, l'erreur relative sur la visibilité de l'étoile de science s'écrit :

$$\Delta V_*^2 / V_*^2 \approx \Delta V_{ref}^2 / V_{ref}^2 + (1/V_*^2 + 1/V_{ref}^2) \Delta \mu_*^2 / \Gamma^2$$

#### 3.1 Tri automatique des étoiles de références

Pour savoir si une étoile peut être considérée comme un bon calibrateur, il faut vérifier que l'erreur relative quelle permet d'obtenir sur la visibilité de l'étoile de science  $\Delta V_*^2 / V_*^2$  est compatible avec la valeur demandée par l'astronome  $\Delta V_{req}^2 / V_*^2$ .

On ne doit conserver comme calibrateur que les étoiles pour lesquelles on trouve:

$$\Delta V_{req}^2 / V_*^2 \geq \Delta V_*^2 / V_*^2 \approx \Delta V_{ref}^2 / V_{ref}^2 + (1/V_*^2 + 1/V_{ref}^2) \Delta \mu_*^2 / \Gamma^2$$

$\Delta V_{req}^2$  et  $V_*^2$  sont donnés après modélisation de l'observation de la source avec  $B_{max}$  et  $\lambda$  dans ASPRO.

$\Delta V_{ref}^2 / V_{ref}^2$  est calculé à partir de  $\phi_{ref}$  et  $\Delta \phi_{ref}$  tirés de la liste des calibrateurs et de  $B_{max}$  et  $\lambda$  donnés par ASPRO.

Pour  $\Delta \mu_*^2$  et  $\Delta \mu_{ref}^2$  on peut adopter une valeur typique déduite des observations ( $\approx 0.005$  pour VINCI)

Pour  $\Gamma^2$  on peut adopter une valeur typique déduite des observations ( $\approx 0.64$  pour VINCI).